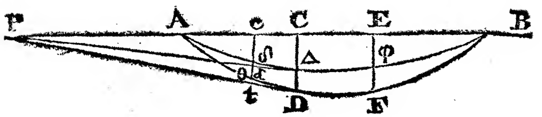

IV. *De motu Nervi tenſi. Per* Brook Taylor *Armig. Regal. Societat. Sodal.*

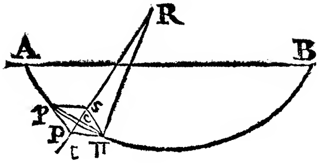
Lemma I.



Sint ADFB, *&* AΔΦB *Curvæ duæ, quarum relatio inte ſe hæc eſt, ut, ductis ad libitum ordinatis* CΔD, EΦF, *ſit* $C\Delta : CD :: E\Phi : EF$. *Tum ordinatis in infinitum imminutis, adeo ut coincidant Curvæ cum axe* AB; *dico quod ſit ultima ratio curvaturæ in* Δ *ad curvaturam in* D, *ut* CΔ *ad* CD.

D*Emonſtr*. Duc ordinatam $c\delta d$ ipſi CD proximam; & ad D & Δ duc tangentes Dt & Δθ, ordinatæ cd occurrentes in t & θ. Tum ob $c\delta : cd :: C\Delta : CD$ (per Hypotheſin) tangentes productæ ſibi invicem & axi occurrent in eodem puncto P. Unde ob triangula ſimilia CDP & ctP, CΔP & cθP, erit $c\theta : ct :: C\Delta : CD$ ($:: c\delta : cd$, per Hyp) $:: \delta\theta\ (= c\theta - c\delta)$ ad $dt\ (= ct - cd.)$ Atqui ſunt curvaturæ in Δ & D, ut anguli contactûs θΔδ & tDd; & ob δΔ & dD coincidentes cum cC, anguli iſti ſunt ut eorum ſubtenſæ δθ & dt, hoc eſt (per analogiam ſupra inventam) ut CΔ & CD. Quare, *&c.* Q. E. D.

Lemma 2.

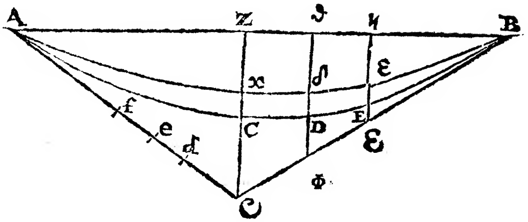


In aliquo articulo vibrationis ſuæ induat Nervus tenſus, inter puncta A & B, formam curvæ cujusvis A p π B. Tum dico quod ſit incrementum velocitatis puncti alicujus P, ſeu acceleratio oriunda a vi tenſionis Nervi, ut curvatura Nervi in eodem puncto.

Demonſtr. Finge Nervum conſtare ex particulis rigidis æqualibus infinite parvis p P & P π, *&c.* & ad punctum P erige perpendicularem P R = radio curvaturæ in P, cui occurrant tangentes p t & π t in t, iis parallelæ π s & p s in s, & chorda p π in c. Tum, per Principia Mechanicæ, vis abſoluta, quâ urgentur particulæ ambæ p P & P π verſûs R, erit ad vim tenſionis fili, ut s t ad p t; & hujus vis dimidium, quo urgetur particula una p P, erit ad Nervi tenſionem, ut c t ad t p, hoc eſt, (ob triangula ſimilia c t p, t p R) ut t p vel P p ad R t vel P R. Quare, ob tenſionis vim datam, erit vis acceleratrix abſoluta ut $\frac{P\,p}{P\,R}$. Sed eſt acceleratio genita in ratione compoſitâ ex rationibus vis abſolutæ directè & materiæ movendæ inverſè; atq; eſt materia movenda ipſa particula P p. Quare eſt acceleratio ut $\frac{1}{P\,R}$, hoc eſt ut Curvatura in P. Eſt enim Curvatura reciprocè ut radius circuli oſculatorii. Q. E. D.

Prob. 1.

Definire motum Nervi tenſi.



In hoc Problemate & ſequentibus pono Nervum moveri per ſpatium minimum ab axe motûs; ut incrementum tenſionis ex auctâ longitudine, item obliquitas radiorum curvaturæ poſſint tutò negligi.

Itaq; extendatur Nervus inter puncta *A* & B; & plectro deducatur punctum z ad diſtantiam C z ab axe A B. Tum amoto plectro, ob flexuram in puncto ſolo *C*, illud primum incipiet moveri (*per Lemma* 2.) At ſtatim inflexo Nervo in punctis proximis Φ & d, incipient hæc puncta etiam moveri; & deinde *E* & e, & ſic deinceps. Item ob magnam flexuram in *C*, illud punctum primò velociſſime movebitur; & exinde auctâ curvaturâ in punctis proximis *D*, *E*, *&c.* ea continuo velocius accelerabuntur; & eâdem operâ, imminutâ curvaturâ in C, id punctum viciſſim tardius accelerabitur. Et univerſaliter, punctis juſtò tardioribus magis & velocioribus minùs acceleratis, tandem fiet ut viribus inter ſe ritè temperatis, motus omnes conſpirent, punctis omnibus ad axem ſimul euntibus & ſimul redeuntibus, vicibus alternis ad infinitum.

Sed ut hoc fiat debet Nervus ſemper induere formam curvæ A C D E B, cujus curvatura in quovis puncto E eſt ut ejuſdem diſtantia ab axe E η; velocitatibus etiam punctorum C, D, E, *&c.* conſtitutis inter ſe in ratione diſtantiarum ab axe C z, D ϑ, E η, *&c.* Etenim in hoc

caſu,

caſu, ſpatia $C x$, $D \delta$, $E \varepsilon$, *&c.* eodem tempore minimo percurſa, erunt inter ſe ut velocitates, hoc eſt ut ſpatia percurrenda $C z$, $D \vartheta$, *&c.* Unde erunt ſpatia reſidua $x z$, $\delta \vartheta$, $\varepsilon \eta$, *&c.* inter ſe in eâdem ratione. Item (*per Lemma* 2.) erunt accelerationes inter ſe in eâdem ratione. Quo pacto, ſemper ſervatâ ratione velocitatum inter ſe eâdem ac ſpatiorum percurrendorum, puncta omnia ſimul pervenient ad axem & ſimul redibunt: adeoq; recté definitur curva A C D E B. Q. E. D.

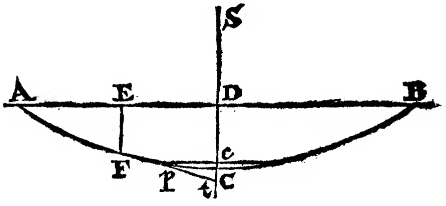
Præterea, comparatis inter ſe duabus curvis A C D E B, & $A x \delta \varepsilon B$, *per Lemma* 1. erunt curvaturæ in D & δ, ut diſtantiæ ab axe $D \vartheta$ & $\delta \vartheta$: adeoq; *per Lemma* 2. acceleratio dati cujuſvis puncti in Nervo erit ut ejuſdem diſtantia ab axe. Unde (*per Phil. Nat. Princip. Math. Sect.* X. *Prop.* 51.) vibrationes omnes, tam maximæ quam minimæ, peragentur in eodem tempore periodico, & puncti cujuſvis motus ſimilis erit oſcillationi corporis Funipenduli in Cycloide. Q. E. I,

Cor. Sunt Curvaturæ reciprocè ut radii circulorum oſculantium. Sit ergo a linea data, atq; erit radius curvaturæ in $E = \frac{a a}{E \eta}$.

Prob. 2.

Datis longitudine & pondere Nervi, unà cum pondere tendente; invenire tempus unius vibrationis.

Extendatur nervus inter puncta A & B per vim ponderis P, & ſit nervi ipſius pondus N, & longitudo L. Item conſtituatur nervus in poſitione A F p C B, & ad punctum



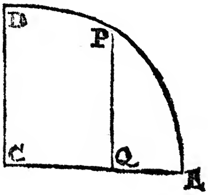
punctum medium C erige normalem C S = radio curvaturæ in C, & occurrentem axi A B in D; & ſumpto puncto p ipſi C proximo, duc normalem p c & tangentem p t.

Ergo, ut in Lemmate 2, conſtat vim abſolutam quâ acceleratur particula p C, eſſe ad vim ponderis P, ut c t ad p t, i. e. ut p C ad C S. Sed eſt pondus P ad pondus ipſius particulæ p C, in ratione compoſitâ ex rationibus P ad N, & N ad pondus particulæ p C, vel L ad p C; hoc eſt, ut P × L ad N × p C. Quare compoſitis his rationibus, eſt vis acceleratrix ad vim gravitatis ut P × L ad N × C S. Conſtituatur itaque pendulum longitudine C D: tum (*per Princip. Math. Sect. X. Prob.* 52.) erit tempus periodicum Nervi ad tempus periodicum iſtius penduli, ut $\sqrt{N \times C S}$ ad $\sqrt{P \times L}$. At (per eandem Propoſit.) datâ vi gravitatis longitudines pendulorum ſunt in duplicatâ ratione temporum periodicorum; unde erit $\frac{N \times C S \times C D}{P \times L}$, vel (pro C S ſcripto $\frac{a a}{C D}$, *per Cor. Prob.* 1.) $\frac{N \times a a}{P \times L}$ longitudo penduli cujus vibrationes ſunt iſochronæ vibrationibus Nervi.

Ad inveniendam lineam a, ſit Curvæ abſciſſa A E = z, & ordinata E F = x, & ipſa Curva A F = v, & C D = b. Tum (*per Cor. Prob.* 1) erit radius curvaturæ in F = $\frac{a a}{x}$. At dato $\dot{v}$ eſt radius curvaturæ $\frac{\dot{v}\,\dot{x}}{\ddot{z}}$. Unde $\frac{a a}{x} = \frac{\dot{v}\,\dot{x}}{\ddot{z}}$; adeoq; $a a \ddot{z} = \dot{v}\, x \dot{x}$: & ſumptis fluentibus $a a \dot{z} = \frac{\dot{v}\, x x}{2} - \frac{\dot{v}\, b b}{2} + \dot{v}\, a a$ (ubi additur data quantitas

— $\dot{v}$ b b

$-\frac{\dot{v}\,bb}{2}+\dot{v}\,aa$, ut fiat $\dot{z}=\dot{v}$ in puncto medio C.) Et hinc peracto calculo erit $\dot{z}=\frac{a^2\dot{x}-\frac{1}{2}b^2\dot{x}+\frac{1}{2}x^2\dot{x}}{\sqrt{a^2b^2-a^2x^2-\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{4}b^4+\frac{1}{2}b^2x^2}}$ Evaneſcant jam b & x reſpectu a, ut coincidat curva cum axe, & fiet $\dot{z}=\frac{a\dot{x}}{\sqrt{bb-xx}}$. At centro C & radio CD = b deſcripto quadrante circulari DPE, & facto CQ = x, & erectâ normali QP, atque arcu DP exiſtente y, erit $\dot{y}=\frac{b\dot{x}}{\sqrt{bb-xx}}=\frac{b}{a}\dot{z}$.



Unde $y=\frac{b}{a}z$, & $z=\frac{a}{b}y$. Et facto x = b = CD, (quo caſu etiam fit y = arcui quadrantali DPE, & $z=AD=\frac{1}{2}L$) erit $\frac{1}{2}L=a\times\frac{DE}{CD}$, atq; $a=L\times\frac{CD}{2DE}$. Sit ergo CD ad 2 DE (ut diameter circuli ad circumferentiam) ut d ad c; atq; erit $aa=LL\times\frac{dd}{cc}$. Subſtituto itaq; hoc valore pro a a, erit $\frac{N}{P}\times L\times\frac{dd}{cc}$ longitudo penduli iſochroni ipſi Nervo. Sit ergo D longitudo cujus tempus periodicum eſt 1, atq; erit $\frac{d}{c}\sqrt{\frac{N}{P}\times\frac{L}{D}}$ tempus periodicum Nervi. Q. E. I. Sunt enim pendulorum tempora periodica in dimidiatâ ratione longitudinum.

Cor. 2.

Cor. 1. Numerus vibrationum Nervi in tempore unius vibrationis penduli D eſt $\frac{c}{d} \times \sqrt{\frac{P}{N} \times \frac{D}{L}}$.

Cor. 2. Ob datum $\frac{d}{c} \times \sqrt{\frac{1}{D}}$, tempus periodicum Nervi eſt ut $\sqrt{\frac{N}{P} \times L}$. Et dato pondere P eſt tempus ut $\sqrt{N \times L}$. Item conſtitutis Nervis ex eodem filo, quo caſu fit N ut L, eſt tempus ut L.